

## Formuły-typy-gry: izomorfizm Curry'ego-Howarda-Lorenzena

Paweł Urzyczyn

*Instytut Informatyki, Uniwersytet Warszawski*

Przypomnę najpierw na czym polega związek między formułami i typami, zwany izomorfizmem Curry'ego-Howarda. Otóż twierdzenia logiki intuicjonistycznej (np. zdaniowej, ale nie tylko), to dokładnie to samo, co niepuste typy w odpowiednim rachunku lambda. A normalizacja dowodów to to samo, co redukcja (czyli obliczenie programu). Ta analogia szczególnie wyraźnie jest widoczna we współczesnych teoriach typów i systemach wspomagających dowodzenie twierdzeń (jak np. Coq), gdzie termy dowodowe traktuje się jak pełnoprawne obiekty.

Chciałbym w szczególności zwrócić uwagę na dwa aspekty izomorfizmu Curry'ego-Howarda, oba związane z procesem poszukiwania dowodu normalnego dla danej formuły. Można ten proces postrzegać jako obliczenie pewnego automatu, co ułatwia analizę złożoności (czyli w istocie siły wyrazu) rozmaitych logik. A ponieważ z natury rzeczy ten automat jest alternujący, to w istocie mamy tu do czynienia z pewną grą. Strategią wygrywającą gracza E jest dowód normalny, strategia gracza A definiuje kontrmodel. Determinacja gry implikuje więc jednocześnie pełność i eliminację cięcia.