

Rola nieskończoności w informatyce

Damian Niwiński, Uniwersytet Warszawski

W klasycznej teorii obliczeń interesuje nas przede wszystkim wynik, a jakość rozwiązań mierzy się szybkością i niezawodnością w osiągnięciu celu. Ocenie tej wymykają się jednak systemy przeznaczone do działania w sposób ciągły, jak np. systemy operacyjne, gdzie całe zachowanie programu – w idealnym świecie nieskończone – podlega weryfikacji. Matematycznym narzędziem badania takich systemów są automaty na nieskończonych słowach lub drzewach, po raz pierwszy zastosowane przez Buchiego i Rabina do dowodu rozstrzygalności fragmentów arytmetyki Peano. Jednak nieskończone słowa i drzewa – czasem pod postacią liczb rzeczywistych – pojawiły się w umysłach matematyków już na początku XX wieku. Odkrycie Suslina i Łuzina, że operacja rzutowania wyprowadza poza uniwersum zbiorów Borelowskich dało początek deskryptywnej teorii mnogości. Intrygujące jest, że odkryte wówczas „trudne” zbiory okazują się typowe w analizie systemów informatycznych. Celem wykładu jest przedstawienie wzajemnych inspiracji między deskryptywną teorią mnogości a teorią automatów, w szczególności w odniesieniu do pojęcia „trudności” zbioru. Miary trudności wypracowane przez te teorie czasem pokrywają się, a czasem rozmiągają, prowadząc być może do jakiejś ogólniejszej teorii.